$2^{ieme}SC_1$

DEVOIR DE SYNTHESE N° 2

EXERCICE 1 :(6 points)

Soit (U_n) une suite arithmétique définie sur IN telle que $U_2 = -1$ et $U_7 = 14$.

1) Calculer sa raison r et son premier terme U_0.

2) En déduire que pour tout entier naturel n : $U_n = 3n - 7$.

3) Le nombre 145 peut –il être un terme de la suite (U_n) ?

4) Déterminer l'entier naturel n tel que $(U_{2n} - U_n).U_{n+1} = 12$.

5) a-Calculer $S = U_2 + U_3 + ... + U_{13}$.

b-Exprimer la somme $S_n = U_3 + U_4 + ... + U_{n+2}$ en fonction de n.

c-Déterminer n sachant que $S_n = 40$.

EXERCICE2 : (3 points).

Soit (U_n) une suite arithmétique de raison r positive et tel que $U_0 = -5$ et $U_1 .U_2 = -3$.

Calculer la raison r et déduire le terme générale U_n de cette suite.

2) a- Montrer que le nombre $a = 4n^3 - n^2 - 5n$ où n est un entier non nul , est divisible par $4n - 5$.

b-Déterminer les entiers naturels non nuls n pour que le nombre $b = 4n^3 - n^2 - 5n + 21$ soit divisible par $4n - 5$.

EXERCICE3 : (5,5 points).

Soit pour $x \in [0, \pi]$ $f(x) = -2\sin^2 x + 3\cos x$.

1) Montrer que $f(x) = 2\cos^2 x + 3\cos x - 2$, puis calculer $f(\frac{\pi}{2})$, $f(\frac{\pi}{3})$ et $f(\frac{2\pi}{3})$.

2) Résoudre dans $[0, \pi]$ chacune des équations suivantes :

a- $f(x) = 0$ b- $f(\frac{\pi}{2} - x) = -2$.

3) Résoudre dans $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, l'équation $f(x) = 2\cos x - 1$.

4) Sachant que $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ et que $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ calculer $\cos\alpha$ puis $f(\alpha)$.

EXERCICE4 : (5,5 points)

Soit ABC un triangle rectangle en A , de sens direct ,et tel que $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{6}$. On construit à l'extérieur du triangle ABC les triangles équilatéraux ABI et BCJ . on désigne par K le milieu du segment$[CJ]$.

Soit R la rotation directe de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

1) a-Préciser R(A) et R(J).En déduire que IC = AJ.

b-Montrer que R(K) =A

2) Soit (C_1) le cercle circonscrit au triangle AKB et (C_2) le cercle circonscrit au triangle BAI.

a- Montrer que $R(C_1) = (C_2)$.

b- La droite (AJ) recoupe le cercle (C_1) en M et la droite (IC) recoupe le cercle (C_2) en N.

Montrer que R(M) = N.

3) Construire un point E de la droite (AJ) et un point F de la droite (AB) tel que le triangle BEF est équilatéral direct.